

Tri rapide d'un tableau

But du TD

On souhaite trier par ordre croissant les éléments d'un tableau. Le principe du *tri rapide* consiste à partager le tableau à trier en deux sous-tableaux tels que les éléments du premier sous-tableau soient tous inférieurs aux éléments du second. On réitère ce procédé jusqu'à obtenir des sous-tableaux à un seul élément.

Principe du partage

Pour partager un tableau en deux, on choisit un élément de référence appelé *pivot*. Le pivot peut être par exemple le premier élément du tableau. On divise ensuite le tableau en trois parties consécutives (*cf.* fig. 1) : un ensemble d'éléments inférieurs ou égaux au pivot (d'indices compris entre 1 et la valeur d'un compteur `iInf` moins un), une zone non encore traitée mêlant des éléments inférieurs et supérieurs au pivot (d'indices compris entre la valeur de `iInf` et la valeur d'un compteur `iSup`) et enfin un ensemble d'éléments supérieurs (strictement) au pivot (d'indices compris entre la valeur de `iSup` plus un et la taille `n` du tableau).

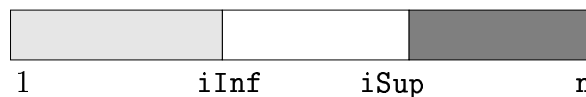


FIG. 1 – *Les trois parties du tableau*

Le partage commence avec `iInf` valant 1 et `iSup` valant `n` : la première partie se limite au pivot et la troisième est vide. Il se finit lorsque `iInf` dépasse `iSup`, c'est-à-dire lorsque la zone non encore traitée est vide. À chaque étape, on considère l'élément d'indice `iInf`, c'est-à-dire le premier élément de la zone non encore traitée. Si cet élément est inférieur ou égal au pivot, on incrémente `iInf`. S'il lui est strictement supérieur, on le permute avec l'élément d'indice `iSup` et on décrémente `iSup`.

L'ultime étape du partage consiste à placer le pivot à sa place, c'est-à-dire à permuter les éléments d'indices 1 (le pivot) et `iSup` (le dernier élément inférieur ou égal au pivot).

Questions

Algorithmique et programmation

Écrire une procédure récursive puis un programme Scilab effectuant le tri rapide d'un tableau de réels. On pourra utiliser une fonction `partage`, telle que `partage(tab, iMin, iMax)` effectue le partage de la partie du tableau `tab` dont les indices varient entre `iMin` et `iMax`, en fonction du pivot `tab[iMin]`, et retourne comme résultat l'indice de la position finale du pivot ainsi que le tableau mis à jour.

Complexité

Évaluer l'ordre de complexité de l'algorithme précédent, en nombre de comparaisons et d'échanges.

Preuve de programme

Comment peut on prouver formellement que ce tri fonctionne correctement ? Détailler chacune des étapes.