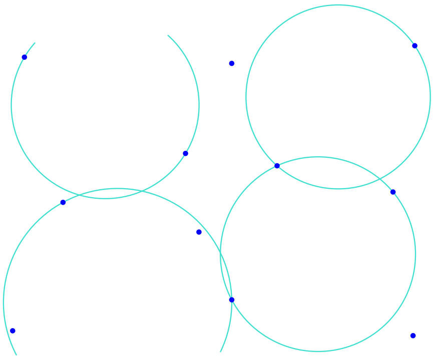
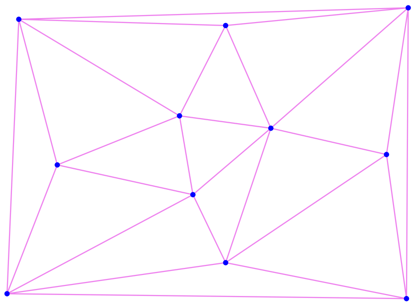
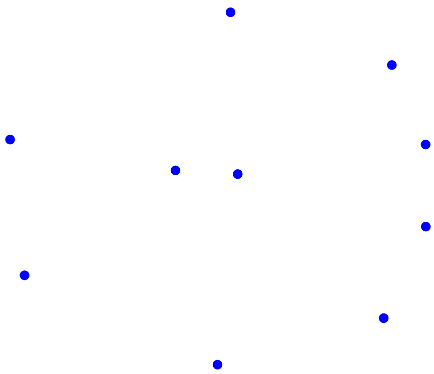
7 Exercices 27 octobre 2022. Contrôle continu.

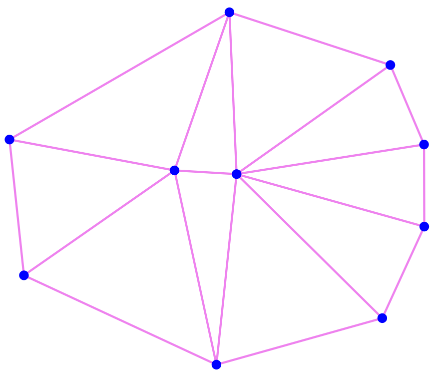
7.1 Dessiner...

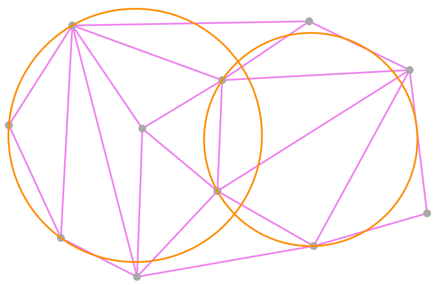
7.1 Correction:

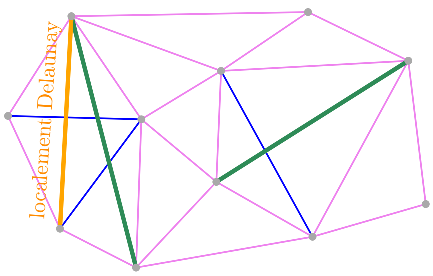












7.2 Arithmetique des `double`

On suppose que l'arrondi est au plus proche `double`.

7.2.1 règles IEEE754

Pour chacun des énoncés suivants, indiquer si il est vrai ou faux. Si il est faux donner un contre exemple avec l'arithmétique jouet du cours (décimale à deux chiffres).

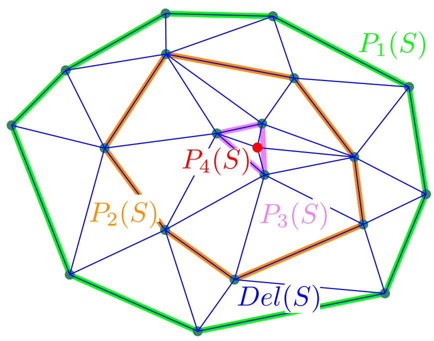
$$
\begin{aligned}
a - b = 0 &\quad\Leftrightarrow\quad a = b && (1)\\
(a-b-c)/d &\quad=\quad (a/d) - (b/d) - (c/d) && (2)\\
a * b &\quad=\quad b * a && (3)\\
& && (4)
\end{aligned}
$$

7.2 Correction:

7.2.1 règles IEEE754

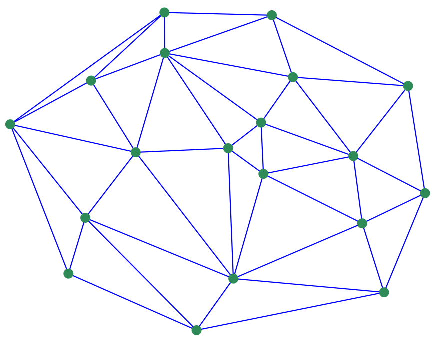
(1) vrai. Grace aux nombres dénormalisés.
(2) faux. $(2-1-1)/3 = 0/3 = 0 \neq (2/3)-(1/3)-(1/3) \simeq 0.67-0.33-0.33 = 0.34-0.33 = 0.01$.
(3) vrai. La valeur exacte est la même, l'arrondi est le même.

7.3 Épluchage



Étant donné un ensemble S de n points dans le plan en position générale (pas trois points alignés, pas quatre points cocycliques) et sa triangulation de Delaunay $Del(S)$ qui est déjà connue.
On va appeler premiere pelure de S, $P_1(S)$ l'enveloppe convexe de S. On va appeler deuxième pelure de S, $P_2(S)$ l'enveloppe convexe de $S \setminus P_1(S)$ l'ensemble des points dont on a retiré la première pelure.

7.3.1 Dessiner l'épluchage sur l'exemple (sur la feuille jointe)



7.3.2 Taille de l'épluchage

Quelle est le nombre de couche minimale et maximale en fonction de n. Dessiner des exemples pour $n = 10$.

7.3.3 Épluchage et Delaunay

Une arête de $P_1(S)$ est-elle nécéssairement dans la triangulation de Delaunay ? (Justifier)
Une arête de $P_2(S)$ est-elle nécéssairement dans la triangulation de Delaunay ? (Justifier)

7.3.4 Algorithme d'épluchage

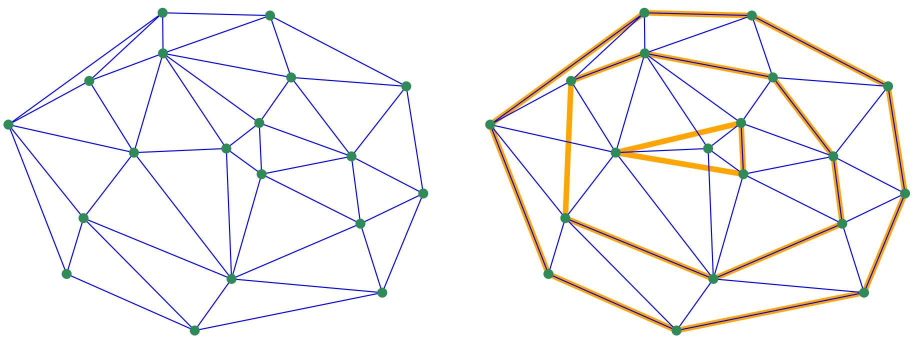
Proposer un algorithme pour calculer les différentes couches dde l'épluchage. (Un discours clair en français, on peut faire référence à des notions du cours. On ne demande pas dde pseudo-code).

7.3.5 Taille de l'épluchage

Étudier la complexité asymptotique de votre algorithme en fonction de n.

7.3 Correction:

7.3.1 Taille de l'épluchage



7.3.2 Taille de l'épluchage

Taille minimale: une seule couche (tous les points sur une courbe convexe).

Taille maximale: $\lceil \frac{n}{3} \rceil$ (une série de triangles emboités).

7.3.3 Épluchage et Delaunay

Les arêtes de $P_1(S)$ sont de Delaunay, elles sont caractérisé par le fait que la droite supporté par l'arête a tous les points de S du même coté, et donc un des demi-plans limité par cette droite est vide (et c'est un disque dégénéré avec les deux points sur son bord).

Pour les $P_i(S)$ avec $i > 1$ c'est bien évidemment faux comme le montre l'exemple ci dessus.

7.3.4 Algorithme d'épluchage

$P_1(S)$ est juste le bord de la triangulation $Del(S)$.

Pour calculer P_2, on enlève à $Del(S)$ tous les sommets de l'enveloppe convexe et tous les triangles incidents. Il ne reste plus qu'à parcourir le bord des triangles obtenus en faisant un parcours de Graham pour ne garder que l'enveloppe convexe.

Normalement pour Graham, il faut que les points soient triés par angle polaire autour d'un point. Ici chaque suppression de point dans la lsite va créer un triangle (pas de Delaunay) qui sera à l'extérieur des triangles existants et remplacera les triangles incidednts à la couche précédente.

7.3.5 Taille de l'épluchage

Le parcous de Graham est linéaire, on va donc calculer une couche en temps proportionnel à la taille de cette couche. Puisque la somme des couches fait n. L'algorithme global est linéaire.