



# Cartes en robotique

Modèles d'environnement, planification de trajectoires

Francis Colas

20 octobre 2022

# Introduction

## Modèles d'environnement et planification de trajectoires

- ▶ Xavier et Olivier : géométrie algorithmique
- ▶ moi : application et mise en œuvre en robotique

## Application à la robotique

- ▶ représentations de l'espace :
  - ▶ robot mobile
  - ▶ robot articulé
- ▶ planification de mouvement :
  - ▶ déterministe
  - ▶ stochastique

# Introduction

## Modèles d'environnement et planification de trajectoires

- ▶ Xavier et Olivier : géométrie algorithmique
- ▶ moi : application et mise en œuvre en robotique

## Application à la robotique

- ▶ représentations de l'espace :
  - ▶ robot mobile
  - ▶ robot articulé
- ▶ planification de mouvement :
  - ▶ déterministe
  - ▶ stochastique

✉ [francis.colas@inria.fr](mailto:francis.colas@inria.fr)

# Problème

## Planification de mouvement

- ▶ trouver une trajectoire ou un chemin
- ▶ dans un environnement donné
- ▶ faisable par un robot donné
- ▶ en évitant les obstacles

# Problème

## Planification de mouvement

- ▶ trouver une trajectoire ou un chemin
- ▶ dans un environnement donné
- ▶ faisable par un robot donné
- ▶ en évitant les obstacles

## On ne parlera pas :

- ▶ d'autres modèles géométriques
- ▶ de planification de tâches
- ▶ de contraintes cinématiques ou dynamiques

# Plan du cours

## Séances

- ▶ Cartes en robotique
- ▶ Espace de configuration
- ▶ Planification déterministe
- ▶ Planification stochastique

# Plan du cours

## Séances

- ▶ Cartes en robotique
- ▶ Espace de configuration
- ▶ Planification déterministe
- ▶ Planification stochastique

## Objectifs de la séance

- ▶ types de cartes utilisées
- ▶ construction des cartes
- ▶ problème du SLAM

01

Types de cartes



# Cartes en robotique

## Carte

- ▶ modélisation de l'espace
- ▶ qu'est-ce qui est représenté?
- ▶ caractéristiques
- ▶ manipulation des cartes

# Cartes en robotique

## Carte

- ▶ modélisation de l'espace
- ▶ qu'est-ce qui est représenté ?
- ▶ caractéristiques
- ▶ manipulation des cartes

## Caractéristiques

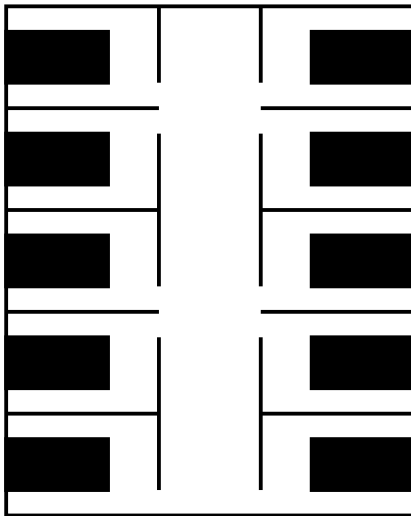
- ▶ dense : information disponible partout
- ▶ creuse : information à certains endroits
- ▶ métrique : informations de distance
- ▶ non-métrique : relations entre lieux
- ▶ passage à l'échelle

# Types de cartes

## Variété de cartes utilisées

- ▶ «géométrique»
- ▶ carte d'amers (*landmark map*)
- ▶ nuage de points (*point cloud*)
- ▶ grille d'occupation (*occupancy grid*)
- ▶ carte d'élévation (*digital elevation map*)
- ▶ *pose graph*
- ▶ topologique
- ▶ sémantique

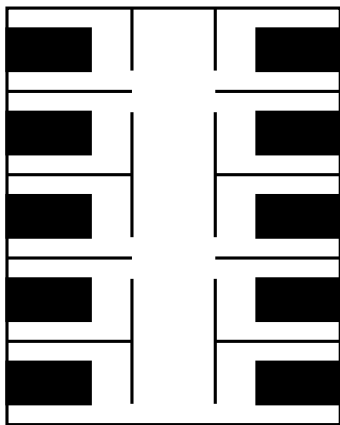
## Carte géométrique



# Carte géométrique

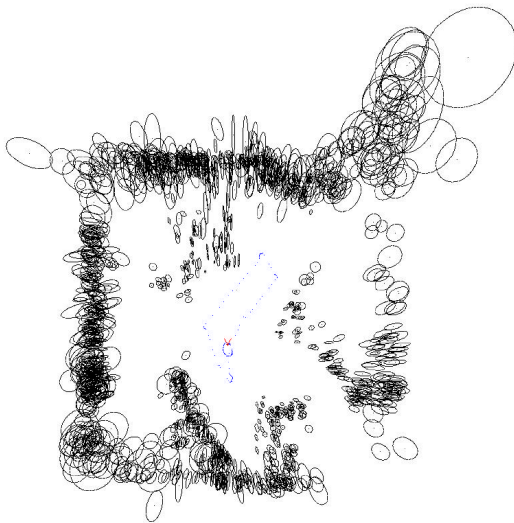
## Carte géométrique

- ▶ liste de primitives géométriques :
  - ▶ polygones ou segments en 2D
  - ▶ triangles ou polyèdres en 3D
- ▶ représentation des obstacles
- ▶ carte métrique dense
- ▶ difficile à construire à partir de données capteurs
- ▶ planification facile
- ▶ passage à l'échelle : nombre et complexité des obstacles



Carte géométrique

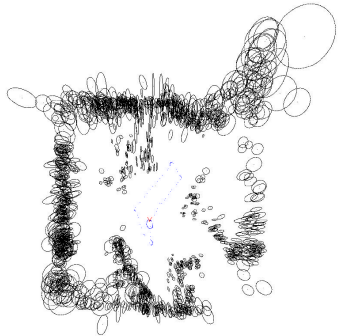
# Carte d'amers



# Carte d'amers

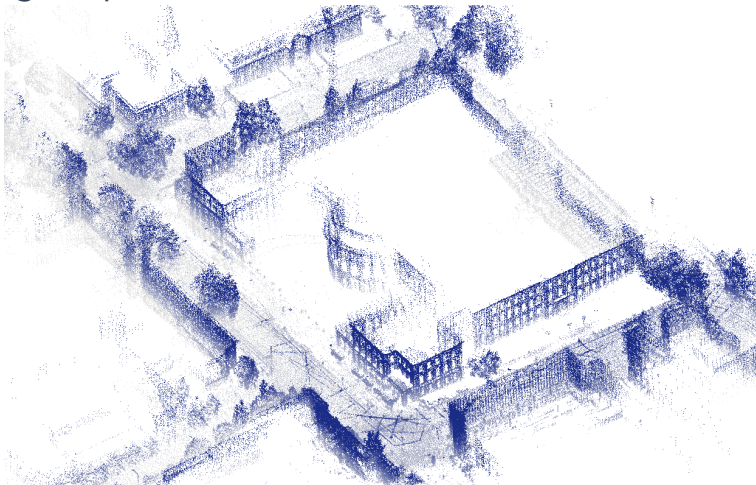
## Carte d'amers

- ▶ liste de points de référence :
  - ▶ descripteur
  - ▶ position
- ▶ représentation des éléments saillants
- ▶ carte métrique creuse
- ▶ facile à construire à partir des données capteurs
- ▶ conçue pour la localisation
- ▶ planification très difficile
- ▶ passage à l'échelle : nombre des points de référence



Carte d'amers visuels

# Nuage de points

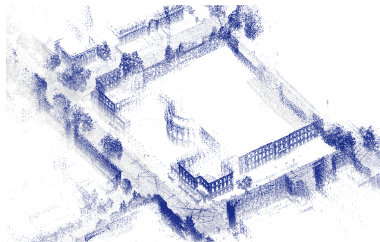




# Nuage de points

## Nuage de points

- ▶ liste de points :
  - ▶ position
  - ▶ parfois couleur
- ▶ représentation des surfaces par échantillonnage
- ▶ carte métrique creuse
- ▶ facile à construire à partir des données capteurs
- ▶ planification difficile
- ▶ passage à l'échelle : densité des points et surface



Nuage de points

## Grille d'occupation



# Grille d'occupation

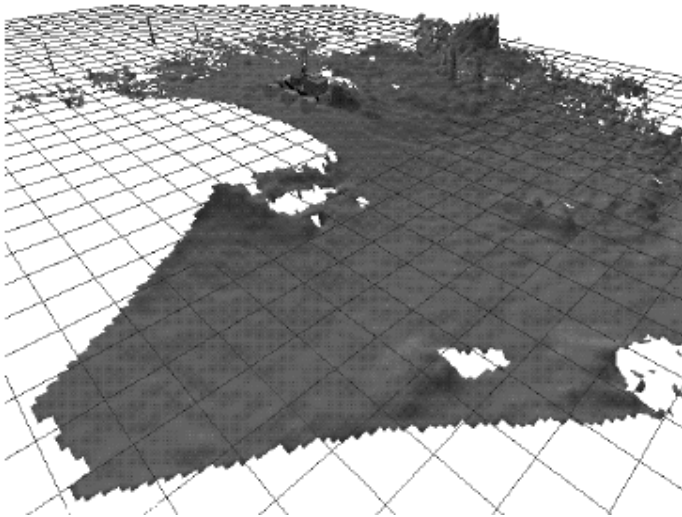
## Grille d'occupation

- ▶ représentation dense de l'espace :
  - ▶ segmentation de l'espace
  - ▶ probabilité d'occupation
- ▶ espace libre, occupé ou inconnu
- ▶ carte métrique dense
- ▶ bonne construction à partir de données de distance
- ▶ planification facile
- ▶ passage à l'échelle : surface (ou volume) et résolution



Grille d'occupation

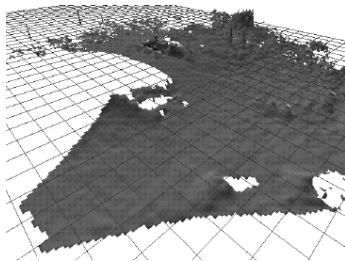
# Carte d'élévation



# Carte d'élévation

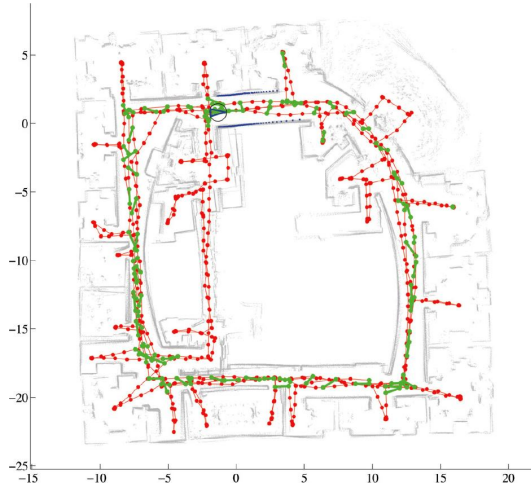
## Carte d'élévation

- ▶ représentation de la hauteur du sol
- ▶ carte en 2,5D
- ▶ carte métrique dense
- ▶ bonne construction à partir de données de distance
- ▶ planification facile
- ▶ passage à l'échelle : surface et résolution



Carte d'élévation

# Pose Graph



# Pose Graph

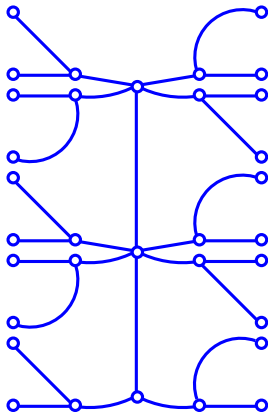
## Pose Graph

- ▶ liste des poses des robots :
  - ▶ données capteurs associées
  - ▶ lien entre les poses
- ▶ organisation des données des capteurs
- ▶ carte non métrique
- ▶ facile à construire
- ▶ planification difficile
- ▶ passage à l'échelle : taille des données



Pose graph

# Carte topologique

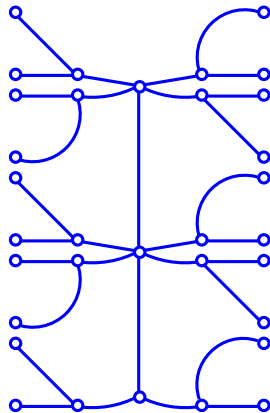




# Carte topologique

## Carte topologique

- ▶ graphe de zones :
  - ▶ espace libre
  - ▶ voisinage entre les zones
- ▶ plus haut niveau
- ▶ carte non métrique
- ▶ planification de chemin difficile
- ▶ passage à l'échelle : nombre de zones

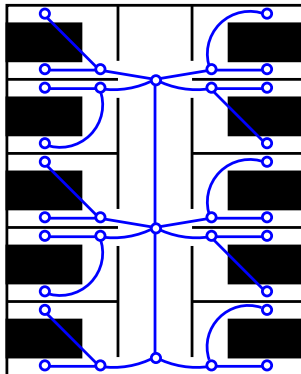


Carte topologique

# Carte topologique

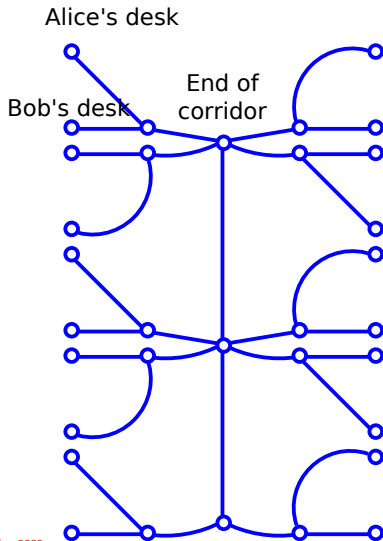
## Carte topologique

- ▶ graphe de zones :
  - ▶ espace libre
  - ▶ voisinage entre les zones
- ▶ plus haut niveau
- ▶ carte non métrique
- ▶ planification de chemin difficile
- ▶ passage à l'échelle : nombre de zones



Carte géométrique et topologique

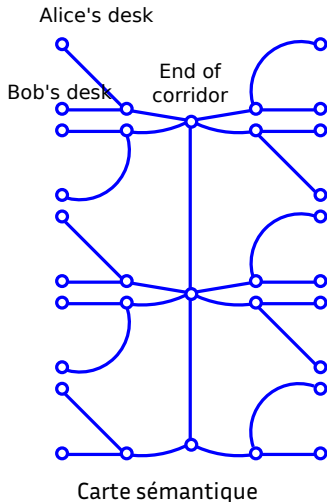
# Carte sémantique



# Carte sémantique

## Carte sémantique

- ▶ informations sémantiques :
  - ▶ qualitatives
  - ▶ usage
- ▶ carte non métrique
- ▶ difficile à construire à partir de données capteurs
- ▶ planification de haut niveau
- ▶ passage à l'échelle : nombre de lieux et d'informations sémantiques



# Conclusion sur les cartes

## Différents usages

- ▶ localisation
- ▶ planification de chemin
- ▶ planification de tâches
- ▶ visualisation

## Différentes caractéristiques

- ▶ métrique ou non
- ▶ dense ou non
- ▶ facilité de construction
- ▶ facilité de planification



02

Cartographie

# Cartographie

## Définition

- ▶ construction d'une carte
- ▶ à partir de données capteurs
- ▶ **en connaissant la pose**
- ▶ algorithmes différents en fonction du type de carte
- ▶ importance des capteurs

## Exemples

- ▶ *pose graph*
- ▶ nuage de points
- ▶ grille d'occupation

# Construction d'un *pose graph*

## Éléments

- ▶ nœud avec pose, et données capteurs
- ▶ lien entre les nœuds : déplacement relatif

## Algorithme

- ▶ à chaque nouvelle donnée : rajouter un nœud au graphe
- ▶ relier le nœud au précédent grâce à la localisation
- ▶ éventuellement chercher un autre nœud proche (fermeture de boucle)

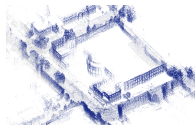




# Construction d'un nuage de points

## Valeurs capteurs

- ▶ carte de profondeur
- ▶ scan laser (2D ou 3D)
- ▶ dans le référentiel capteur



## Algorithme :

- ▶ à chaque nouvelle donnée : créer un nuage de point dans le référentiel capteur
- ▶ transformer ce nuage de point grâce à la position du capteur
- ▶ concaténer à la carte
- ▶ nettoyer la carte

# Construction d'une grille d'occupation

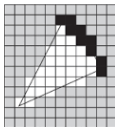
## Valeurs capteurs

- ▶ scan laser 2D
- ▶ scan 3D ou carte de profondeur (grille 3D)
- ▶ distance centrée sur le capteur



## Algorithme

- ▶ lancer de rayon pour chaque distance mesurée
- ▶ mise à jour des valeurs d'occupation pour chaque case sur le rayon



Lancer de rayon

# Conclusion sur la cartographie

## Construction d'une carte

- ▶ transformation des données centrées capteur
- ▶ accumulation dans une carte
- ▶ relativement facile si la pose est connue

# Conclusion sur la cartographie

## Construction d'une carte

- ▶ transformation des données centrées capteur
- ▶ accumulation dans une carte
- ▶ relativement facile **si** la pose est connue

# Conclusion sur la cartographie

## Construction d'une carte

- ▶ transformation des données centrées capteur
- ▶ accumulation dans une carte
- ▶ relativement facile **si** la pose est connue

## Localisation

- ▶ trouver la pose
- ▶ quand la carte est connue

03

SLAM

# SLAM

## Définition

- ▶ *Simultaneous Localization and Mapping*
- ▶ localisation et cartographie en même temps

## Problème du SLAM

- ▶ pose n'est pas connue
- ▶ la carte n'est pas donnée

# SLAM

## Définition

- ▶ *Simultaneous Localization and Mapping*
- ▶ localisation et cartographie en même temps

## Problème du SLAM

- ▶ pose n'est pas connue
- ▶ la carte n'est pas donnée

## Introduction rapide

- ▶ plus de détails dans le cours de réalité augmentée



# Approches

## Approches

- ▶ probabiliste :
  - ▶ estimation d'état (pose et carte) avec un EKF
  - ▶ estimation d'état (pose et carte) avec un filtre à particules
- ▶ optimisation :
  - ▶ en parallèle : optimisation de la carte et de la pose

# Approche probabiliste

## Approche probabiliste

- ▶ estimation conjointe de l'état et de la carte :

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

# Approche probabiliste

## Approche probabiliste

- ▶ estimation conjointe de l'état et de la carte :

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- ▶ variables :
  - ▶ état du robot :  $\mathbf{x}_k$
  - ▶ observation :  $\mathbf{z}_k$
  - ▶ commande :  $\mathbf{u}_k$
  - ▶ carte :  $\mathbf{m}$

# Approche probabiliste

## Approche probabiliste

- ▶ estimation conjointe de l'état et de la carte :

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- ▶ variables :

- ▶ état du robot :  $\mathbf{x}_k$
- ▶ observation :  $\mathbf{z}_k$
- ▶ commande :  $\mathbf{u}_k$
- ▶ carte :  $\mathbf{m}$

- ▶ modèles :

- ▶ mouvement :  $p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1})$
- ▶ observation :  $p(\mathbf{z}_k \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{m})$

# Approche probabiliste

## Approche probabiliste

- ▶ estimation conjointe de l'état et de la carte :

$$p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- ▶ variables :

- ▶ état du robot :  $\mathbf{x}_k$
- ▶ observation :  $\mathbf{z}_k$
- ▶ commande :  $\mathbf{u}_k$
- ▶ carte :  $\mathbf{m}$

- ▶ modèles :

- ▶ mouvement :  $p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1})$
- ▶ observation :  $p(\mathbf{z}_k \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{m})$

- ▶ inférence :

- ▶ prédiction :  $p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1}) = \sum_{\mathbf{x}_k} p(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1}) p(\mathbf{x}_k, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$
- ▶ mise-à-jour :  $p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k+1}, \mathbf{u}_{1:k+1}) \propto p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m}) p(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k+1})$

# EKF-SLAM

## EKF-SLAM

- ▶ carte d'amers : position 2D
- ▶ filtre de Kalman étendu sur la pose et les amers
- ▶ problème d'association des données (*data association*) :
  - ▶ identifier quelle observation correspond à quel amer dans la carte

## Inférence

- ▶ inférence dans un filtre de Kalman :
  - ▶ multiplication et inversion de matrices de covariance et jacobiniennes
  - ▶ complexité cubique en la taille de l'espace

# Fast-SLAM

## Fast-SLAM

- ▶ carte d'amers
- ▶ grille d'occupation
- ▶ filtre à particules sur la pose et la carte

## Inférence

- ▶ factorisation (*Rao-Blackwellization*):

$$p(\mathbf{x}_{0:k}, \mathbf{m} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k}) = p(\mathbf{m} \mid \mathbf{x}_{0:k}, \mathbf{z}_{1:k})p(\mathbf{x}_{0:k} \mid \mathbf{z}_{1:k}, \mathbf{u}_{1:k})$$

- ▶ algorithme :

- ▶ tirer  $\mathbf{x}_{k+1}^{(i)} \sim \pi(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})$  pour augmenter  $\mathbf{x}_{0:k}^{(i)}$

- ▶ pondérer  $w_{k+1}^{(i)} = w_k^{(i)} \frac{p(\mathbf{z}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k+1}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})p(\mathbf{x}_{k+1}^{(i)} \mid \mathbf{x}_k^{(i)}, \mathbf{u}_{k+1})}{\pi(\mathbf{x}_{k+1} \mid \mathbf{x}_{0:k}^{(i)}, \mathbf{z}_{1:k})}$

- ▶ *resampling*

- ▶ mise-à-jour de la carte pour chaque particule (cartographie normale)

# PTAM

## Parallel Tracking and Mapping

- ▶ vision monoculaire pour la réalité augmentée :
  - ▶ pas d'odométrie
  - ▶ données à haute fréquence
  - ▶ pas de mesure de distance
  - ▶ descripteurs visuels
- ▶ deux processus en parallèle :
  - ▶ *Tracking* : localisation de la caméra
  - ▶ *Mapping* : mise-à-jour de la carte
- ▶ comparaison à une image de référence
- ▶ minimisation de l'erreur de reprojection
- ▶ ajout d'images de référence dans la carte par optimisation globale (*bundle adjustment*)



# Conclusion sur le SLAM

## Conclusion sur le SLAM

- ▶ intégration de la localisation et de la cartographie
- ▶ cas réel d'incertitude sur la position et d'absence de carte a priori
- ▶ inférence ou optimisation conjointe sur la pose et la carte

04

Conclusion

# Conclusion

## Cartographie

- ▶ plusieurs types de cartes
- ▶ peut être facile si la pose est connue
- ▶ plusieurs usages

## *Simultaneous Localization and Mapping*

- ▶ cas réel de pose inconnue
- ▶ inférence ou optimisation pour déduire la pose et la carte

# Bibliographie

## SLAM

- ▶ Durrant-Whyte and Bailey, *Simultaneous Localization and Mapping : Part I*, RAM 2006.
- ▶ Bailey and Durrant-Whyte, *Simultaneous Localization and Mapping : Part II*, RAM 2006.
- ▶ Dissanayake et al., *A solution to the simultaneous localisation and mapping (SLAM) problem*, IEEE Trans. Robot. Automat. 2001.
- ▶ Montemerlo et al., *Fast-SLAM 2.0 : An improved particle filtering algorithm for simultaneous localization and mapping that converges*, IJCAI 2003.
- ▶ Grisetti et al., *Improved techniques for grid mapping with Rao-Blackwellized particle filters*, TRO 2007

## Livres :

- ▶ Thrun et al., *Probabilistic Robotics*, MIT Press 2005.
- ▶ Siciliano et al., *Springer Handbook of Robotics*, Springer 2016.



Merci de votre attention  
Des questions?